LOI UNIFORME
LOI EXPONENTIELLES

EXERCICE N°1 : 15' 4 points

Un appareil de mesure évalue l'épaisseur (en cm) de pièces mécaniques.

L'expérience prouve que l'épaisseur d'une pièce peut être modélisée par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme dans l'intervalle [0,1]

1/ Calculer $P(X=0,6)$ et $P(0,3 \leq X \leq 0,5)$

2/ Les pièces sont acceptées si l'épaisseur est supérieure à 0,6 cm.

Quelle est la probabilité qu'une pièce soit acceptée ?

3/ Une pièce a une épaisseur supérieure à 0,3. Quelle est la probabilité qu'elle soit acceptée ?

EXERCICE N°2 : 15' 4 points

1°) Dans la journée , un métro passe toutes les 6 minutes à la station n°14.

Soit X le temps d'attente d'une personne a cette station.

On suppose que X suit une lois uniforme sur $[0,6]$.

Quelle est la probabilité que cette personne attende entre 3 et 5 minutes.

2°) On suppose que la durée de vie X d'une voiture suit une lois exponentielle de paramètre 0.1.

a- Calculer la probabilité qu'une voiture dépasse 10 ans de duré de vie.

b- Sachant qu'une voiture a une durée de vie 10 ans.

Quelle est la probabilité qu'elle dépasse 12 ans de duré de vie.

EXERCICE N°3 : 15' 4 points

Une étude statistique a prouvé que la durée d'un appel téléphonique X (exprimée en minutes) suit une loi exponentielle de paramètre 0,3.

1/ Calculer la probabilité qu'un appel dure entre deux et cinq minutes

2/ Calculer la probabilité qu'un appel dépasse cinq minutes

3/ Calculer la probabilité qu'un appel ne dépasse pas deux minutes

4/ On sait qu'une minute d'appel coût 0,125 dinars.

Calculer la probabilité que le coût d'un appel dépasse 2 dinars.

EXERCICE N°4 : 15' 4 points

La durée de vie d'un robot, exprimée en années, jusqu'à ce survienne la première panne est une variable aléatoire qui suie une loi exponentielle de paramètre λ, avec $\lambda > 0$.

Ainsi la probabilité qu'un robot tombe en panne avant l'instant t est égale à $P(X \leq t) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x}\, dx$

1°) Déterminer λ, arrondi à 10^{-1} prés, pour que la probabilité $P(X > 6)$ soit égale à 0.3.

Pour la suite de l'exercice, on prendra $\lambda = 0.2$.

2) A quel instant t, à un mois près, la probabilité qu'un robot tombe en panne pour la première fois est 0.5 ?

3°) Montrer que la probabilité qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années est $e^{-0.4}$.

4°) Sachant qu'un robot n'a pas eu de panne au cours des deux premières années, quelle est, à 10^{-2} prés la probabilité qu'il soit encore en état de marche au bout de six ans.

EXERCICE N°5 : 30' 6 points

Un quincaillier achète des ampoules à trois fournisseurs dans les proportions suivantes : 20 % au premier fournisseur, 50 % au deuxième fournisseur et 30 % au troisième fournisseur.

Le premier fournisseur fabrique 97 % d'ampoules sans défaut, le deuxième fournisseur fabrique 98 % d'ampoules sans défaut, le troisième fournisseur fabrique 95 % d'ampoules sans défaut.

1) On choisit une ampoule au hasard dans le stock. On note D l'événement « l'ampoule est défectueuse », F_1 l'événement « l'ampoule provient du premier fournisseur », F_2 l'événement « l'ampoule provient du deuxième fournisseur » et F_3 l'événement « l'ampoule provient du troisième fournisseur ».

a) Calculer la probabilité de l'événement D, notée $P(D)$.

b) Sachant que l'ampoule choisie est défectueuse, quelle est la probabilité $P(F_1 / D)$ qu'elle provienne du premier fournisseur ?

Donner la valeur exacte et une valeur approchée à 10^{-3} près de $P(F_1 / D)$.

2) On suppose que la probabilité qu'une ampoule soit sans défaut est de 0,969.

On monte 12 ampoules sur un lustre. Calculer la probabilité R qu'une ampoule au plus soit défectueuse.

On donnera une valeur approchée à 10^{-3} près de R.

3) La durée de vie en heures d'une ampoule, notée T, suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = \frac{1}{50000} = 2.10^{-5}$.

Selon cette loi, pour tout x de $[0,+\infty[$, $P(T \le x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt$.

a) Quelle est la probabilité P_1 qu'une ampoule dure plus de 25 000 heures ?

Donner la valeur exacte de P_1.

b) Quelle est la probabilité P_2 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures ?

Donner la valeur exacte de P_2.

c) Quelle est la probabilité P_3 qu'une ampoule dure plus de 50 000 heures, sachant qu'elle a déjà duré 25 000 heures ? Donner la valeur exacte de P_3.